

Física Matemática 2

Julio César Gutiérrez Vega

Tarea 3 Integración y series complejas

Fecha límite de entrega: Lunes 11 de septiembre de 2017

[26 puntos]

Resuelve los siguientes problemas

1. [8 puntos] Obtén la serie de Laurent alrededor del origen, da la región de convergencia, clasifica la singularidad en $z = 0$ y evalúa la integral de la función alrededor del círculo $|z| = 1$ de la función

$$f(z) = \frac{1}{z^2 \sinh z}. \quad (1)$$

2. [2 puntos] Calcula la siguiente integral en plano complejo

$$\oint_{|z|=3/2} \frac{1-z^2}{1+z^2} \frac{dz}{z} \quad (2)$$

3. [2 puntos] Calcula la siguiente integral real

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+8\cos^2\theta} d\theta \quad (3)$$

usando técnicas de variable compleja.

4. [2 puntos] Evalua la integral real

$$\int_0^{2\pi} e^{\cos\theta} \cos(\theta - \sin\theta) d\theta. \quad (4)$$

Hint: Considera la integral de $e^{1/z}$ y $e^{-1/z}$ sobre el círculo unitario en el plano complejo. Evalúa estas integrales por el método del residuo y relaciona sus partes real e imaginaria a la integral en cuestión.

5. [4 puntos] Calcula las siguientes integrales usando variable compleja:

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x^2 + 2}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx.$$

b)

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(3\theta) d\theta}{5 - 4\cos 2\theta}.$$

6. [4 puntos] Calcula la integral de $f(z)$ a lo largo del eje real, como también a lo largo del eje imaginario y compara los resultados.

$$f(z) = \frac{3z^2 - z}{2z + 1}. \quad (5)$$

7. [4 puntos] Calcula la integral de la función $g(z)$ a lo largo de la recta que pasa por el origen y es descrita por $\theta = \pi/4$ en el plano complejo. Y obtén los posibles valores de a y b para que la integral que calculaste sea igual a c .

$$g(z) = \frac{(z+a)^2 + (z^* - a)^2}{z - b}. \quad (6)$$