

# Física Matemática 2

Julio César Gutiérrez Vega

## Tarea 1 Algebra de números complejos I

Fecha límite de entrega: Lunes 21 de agosto de 2017

[21 puntos]

Resuelve los siguientes problemas

1. [2 puntos] ¿Bajo cuál condición tres puntos distintos  $z_1, z_2$  y  $z_3$  estarán sobre una misma recta?
2. [2 puntos] ¿Bajo cuál condición cuatro puntos distintos  $z_1, z_2, z_3$  y  $z_4$  estarán sobre una misma circunferencia?
3. [2 puntos] ¿Bajo cuál condición  $n$  puntos distintos  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  estarán sobre una misma esfera tridimensional?
4. [2 puntos] Representar el conjunto de puntos

$$\operatorname{Re}[(a + i)z + b] = 0, \quad (1)$$

con  $a, b \in \mathbb{R}$  y explicar el significado geométrico de  $a$  y  $b$ .

5. Dibuja en el plano complejo las regiones definidas por las siguientes relaciones

- a) [1 punto]  $|z - z_0| < R$
- b) [1 punto]  $\operatorname{Re}[z^2] = 4$
- c) [1 punto]  $\operatorname{Re}[e^{i\pi/2}z] = 0$
- d) [1 punto]  $|z - 1 + i| + |z + 1 - i| = 6$
- e) [1 punto]

$$\frac{e^{[\operatorname{Im}(z)]^2}}{e^{|z|^2}} - \operatorname{Im}(z) = 0.$$

6. [4 puntos] Encontrar y graficar cuidadosamente la región en el plano  $w = u + iv$  que corresponde a la región triangular limitada por las rectas  $x = 1$ ,  $y = 1$  and  $x + y = 1$  bajo la transformación  $w = -z^2$ .
7. [4 puntos] ¿Cómo se transforman las líneas coordenadas del plano  $z$  cuando se aplica esta transformación?

$$e^z = \frac{a - w}{a + w}.$$

donde  $a$  es una constante compleja en general y  $w = u + iv$ . Para ilustrar sus conclusiones grafiquen cuidadosamente la imagen en el plano  $w$  del rectángulo definido por los puntos  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 3 + i$ ,  $z_3 = 3 + 2i$ ,  $z_4 = 1 + 2i$ .